Mathematik	Thema: Polynomdivision	
Übungsaufgaben	Verfahren / Grundlagen / Übungen	11

Zweck des Verfahrens ist es vor allem, Nullstellen von Polynomen zu bestimmen.

Durchführung des Verfahrens:

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - x^2 - x - 2):(x - 2) = x^2 + x + 1 \\
-\underline{(x^3 - 2x^2)} \\
\qquad x^2 - x \\
\quad -\underline{(x^2 - 2x)} \\
\qquad\qquad x - 2 \\
\qquad\quad -\underline{(x - 2)} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

Erster Summand des Dividenden durch ersten Summanden des Divisors; der erste Summand des Divisors multipliziert mit dem ersten Summanden des Ergebnisses muss schliesslich wieder den ersten Summanden des Dividenden ergeben! usw.
Ansonsten ähnelt das Verfahren der normalen schriftlichen Division.

Also gilt: $(x^2 + x + 1)\cdot(x - 2) = (x^3 - x^2 - x - 2)$

Weitere Aufgaben mit Lösungen:

$(x^3 - x^2 - 11x - 45):(x - 5) = x^2 + 4x + 9$
$(2x^3 + 10x^2 + 18x + 18):(x + 3) = 2x^2 + 4x + 6$
$(2x^3 + 6x^2 + 6x + 4):(x + 2) = 2x^2 + 2x + 2$
$(-6x^3 + 3x^2 + 18x - 9):(2x - 1) = -3x^2 + 9$

Nur für die Unentwegten!

Bestimmen von Nullstellen bei ganzrationalen Funktionen (GRF):

- Man bezeichnet $a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ als **Polynom n-ten Grades** $P_n(x)$
- Eine **GRF n-ten Grades** ist dann eine Funktion mit der Gleichung
  $f(x) = P_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$
  (Parabel: GRF 2.Grades, s-förmige Kostenfunktion: GRF 3.Grades; der Grad ist der höchste auftauchende Exponent in der Gleichung.)
- Ist x_1 eine Nullstelle von $P_n(x)$, gilt also $P_n(x_1) = 0$, so lässt sich $P_n(x)$ zerlegen in einen **Linearfaktor** $(x-x_1)$ und ein Polynom (n-1) - ten Grades $P_{n-1}(x)$:
  $P_n(x) = (x - x_1) \cdot P_{n-1}(x) \Leftrightarrow P_n(x) \div (x - x_1) = P_{n-1}(x)$ (wobei natürlich $x \neq x_1$)
- Man rät eine Nullstelle bzw. bekommt eine angegeben, teilt das Polynom n-ten Grades durch den zugehörigen Linearfaktor und wiederholt dies so lange, bis man ein Polynom 2.Grades erhält (dann weiter mit p/q-Formel).
- Beispiel:
  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$
  $\Leftrightarrow (x - 2)\cdot(x^2 + 4x + 3) = 0$
  $\Leftrightarrow x-2 = 0 \vee x^2 + 4x + 3 = 0$
  $\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1 \vee x = -3$

  Mit Polynomdivision. Beachte: erste Nullstelle: x=2, dann $(x^3+2x^2-5x-6):(x-2)=x^2+4x+3$

  Mit p/q-Formel

Weitere Aufgaben mit Lösungen (jeweils alle Nullstellen bestimmen!):

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$	4 / 1 / -3
$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8$	2 / -1
$f(x) = -0{,}5x^3 - 6x^2 - 4{,}5x + 11$	1 / -2 / -11
$f(x) = x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 4x + 12$	6 / 1 / -1 / -2
$f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x - 40$	5 / sonst nix
$f(x) = 20x^3 - 120x^2 + 220x - 120$	1 / 2 / 3

Dem Blöden fährt bei jedem sinnvollen Wort der Schrecken in die Glieder. (Heraklit)